



MANUAL DE USO

HST31 Cable Suspendido

Índice

TECNICA DE LABORATORIO.....	3
SEGURIDAD EN EL LABORATORIO.....	3
EXITO EN EL LABORATORIO	3
DISEÑO DE MODELOS EXPERIMENTALES.....	4
FUENTES DE RESISTENCIA	4
REPETICION DE LECTURAS.....	4
CABLE SUSPENDIDO	5
INTRODUCCION.....	5
ENSAMBLE DEL APARATO	6
DESCRIPCION DEL APARATO	7
EXPERIMENTO	8
OBJECTIVOS	8
PROCEDIMIENTO.....	8
PROCESO DE RESULTADOS.....	9
OBSERVACIONES.....	10
TEORIA	11
EJEMPLO DE RESULTADOS	15
COMENTARIOS	17
MANTENIMIENTO	18
REPLAZOS Y REPUESTOS	18
MUESTRAS EXPERIMENTALES	18
CONTACTARNOS	18
TABLAS PARA FOTOCOPIAR	19

TECNICA DE LABORATORIO

Seguridad en el laboratorio

Los principales riesgos en el uso de aparatos que demuestran la evaluación estática y dinámica de teoremas y de las suposiciones que se involucran, ocurren cuando existen movimientos rotatorios y lineares, y cuando el manejo de artículos pesados, tales como pesas por ejemplo, son partes del procedimiento.

Dentro de los artículos, se deberá considerar las grandes pesas como los objetos más peligrosos. En caso de caída de una pesa sobre el pie de alguien, existe una fuerte probabilidad de lesiones. Por lo tanto se recomienda manipular con mucho cuidado las pesas de hierro fundido y al mover y colocar las más pesadas (digamos 10 N hacia arriba) en ganchos de carga, se tendrá que utilizar las dos manos. Es sorprendentemente fácil de apilar un montón de pesas sobre un gancho, una por una.

Además de las pesas, existen varias partes pesadas que deberán ser intercambiadas durante los experimentos, y para las cuales también se recomienda utilizar las dos manos para su manipulación. Puede ser necesario y conveniente que las manipulaciones en el aparato, sean realizadas por dos personas.

Éxito en el Laboratorio

El éxito de trabajo de laboratorio depende de la comprensión, observación así como de las aptitudes personales. En primer lugar, se requiere tener una buena comprensión en la ejecución y conocer las limitaciones de los modelos experimentales. Conocer la teoría involucrada es importante pero no es esencial. Por otra parte, una buena observación lleva a obtener mejores resultados y a evitar eventuales errores mecánicas. Finalmente, la manera con la cual los estudiantes manipulan los aparatos puede tener cierta influencia en la precisión y la velocidad del trabajo.

Con el fin de ayudar a los estudiantes en adquirir experiencia y mejorar su técnica experimental, agregamos una sección informativa en las siguientes notas. Los puntos importantes aparecen en negritas. Recuerdan que en el mundo real de la ingeniería, se requiere a menudo verificar los resultados de nuevos diseños, e instrumentos de experimentos en laboratorio.

Diseño de Modelos Experimentales

El propósito de cada experimento es ilustrar una parte ó mostrar como de forma simple las suposiciones en las matemáticas aplicadas corresponden al comportamiento verdadero. Esto a menudo requiere el modelo, para exagerar el comportamiento de un producto real.

Para llevar a cabo objetivos específicos, cada experimento tiene una colocación especial para la parte teórica. Estas colocaciones están descritas en cada manual de instrucciones experimentales. Antes de empezar un experimento, los estudiantes

deben leer el manual de instrucciones y estar preparado para seguir el procedimiento recomendado.

Las desviaciones mas fuertes, se logran utilizando modelos muy flexibles. La rigidez depende de EI o EA. Entonces un cambio de material desde el acero ($E = 205 \text{ kN/mm}^2$) con aluminio (E cerca $1/3 E$ para acero) o plástico (E cerca $1/80 E$ para acero) es una solución. La alternativa es utilizar vigas de acero delgadas con un I bajo.

Existe una desventaja debido a la fricción de los soportes que pueden afectar las medidas del desplazamiento, de la fuerza ó de energía. La otra es que grandes cambios de dimensiones (geometría) de modelos deben ser acomodados en la medida de lo posible.

Los resultados pueden ser mejorados utilizando modelos más rígidos y cargas más grandes, sin embargo esto disminuye los efectos visuales tales como la curvatura de de la vigas y puede hacer que el experimento sea menos manejable.

Fuentes de Resistencia

Un filo de cuchillo puede simular una clavija ó cojinete sin rozamiento, pero los movimientos horizontales y verticales necesitan cojinetes de bolas. Los cojinetes vienen empacados con grasa e instalados con una protección para evitar que se ensucie con polvo y arena. En consecuencia los cojinetes de bolas tienen restricciones de torsión, que afectan las fuerzas en una magnitud de 1 N. Esto aparece como una diferencia en lecturas para cargas y descargas (histéresis).

Las uniones de clavijas en celosías también están sujetas a fricciones, las cuales aumentan en proporción con la carga.

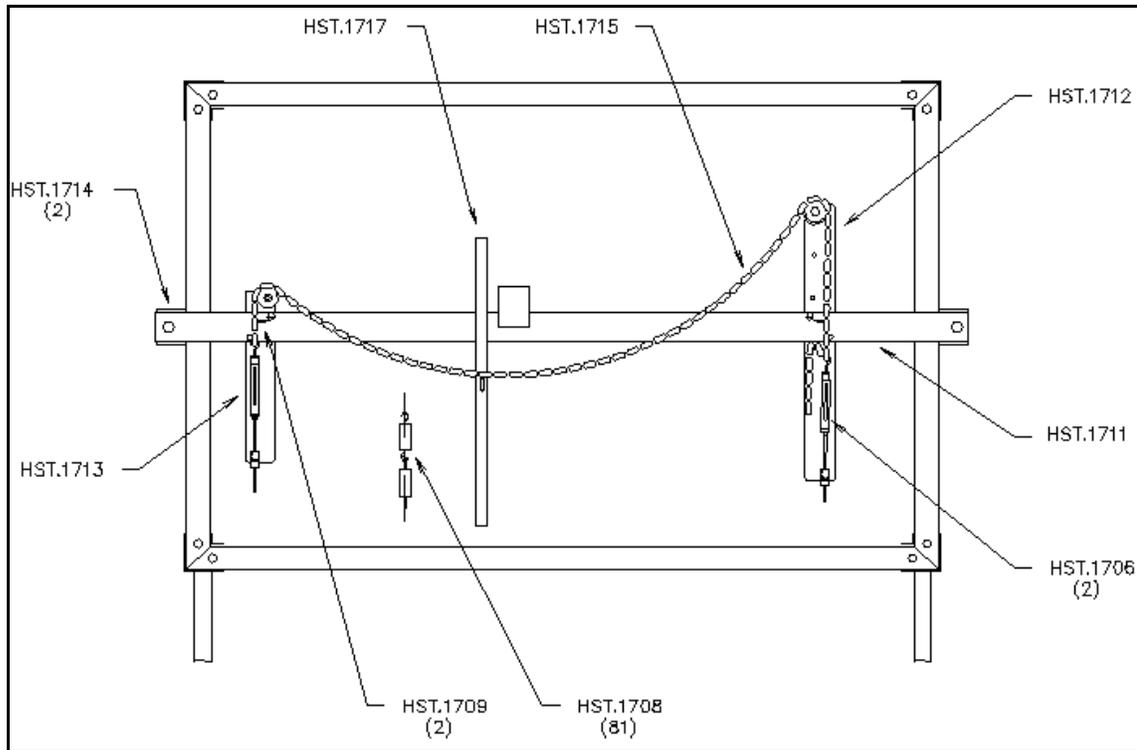
Repetición de Lecturas

La capacidad para obtener resultados experimentales precisos y repetibles, es generalmente un asunto de cuidado y de técnica. Por supuesto, eso ayuda a conocer las fuentes de errores e identificar cuando el aparato contribuye a la variación de las lecturas.

La variación de fricción puede minimizarse utilizando la vibración. Primero, aumentando y disminuyendo una carga aplicada con la mano, para obtener la diferencia de lectura y conocer el rango de fricción. Golpear la estructura del experimento reducirá la variación. Se puede golpear ligeramente el calibrador en la parte frontal, con un lápiz.

Las pesas de hierro deben siempre ser colocadas cuidadosamente. Una carga agregada repentinamente indicará de inmediato lo doble de su valor estático. Aunque las pesas están terminadas a mano, existe una tolerancia de $1/2\%$. Esto puede afectar la linealidad en las lecturas experimentales.

CABLE SUSPENDIDO



INTRODUCCION

El cable suspendido es una de las más antiguas estructuras del mundo. El uso de largas lianas trenzadas entre ellas le dieron al hombre un especie de cuerda cuya longitud era casi sin límite y era ciertamente más que un tronco de árbol lo que utilizaban como puente. Hoy en día las cuerdas se fabrican con cables de acero muy resistentes a la tensión y con una relación muy alta entre peso y resistencia.

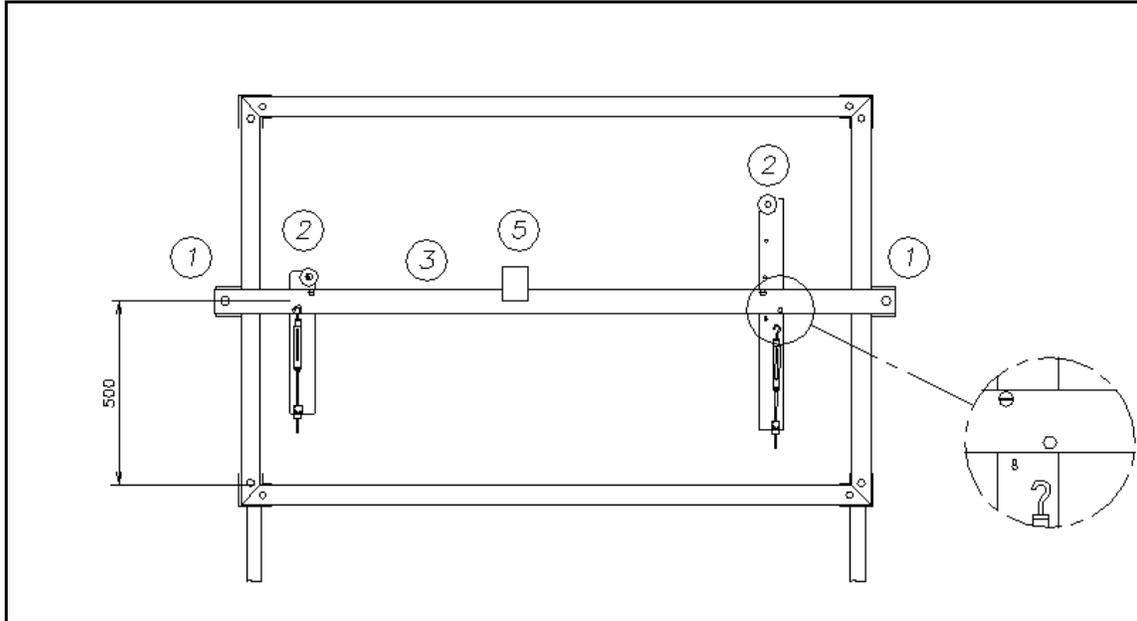
Por otra parte el material de alta resistencia con el cual están hechas las cuerdas o los cables, es también muy resistente a la compresión. No pueden tener fuerzas de compresión ya que son flexibles. Por lo tanto, un cable solo debe utilizarse para pura tensión.

En primer lugar es necesario encontrar como obtener un modelo matemático de un cable colgante. En práctica, un cable tendrá un peso contante por unidad de longitud y se supone que no tiene resistencia a la torsión. Cuando se suspende un cable entre dos puntos, se crea una especie de curva. Mas adelante en este manual, veremos que la teoría muestra que la mejor forma de esta curva debe ser una catenaria, para poder cumplir con las ecuaciones de equilibrio.

Sin embargo veremos que para obtener una mayor aproximación, la cual simplifica considerablemente el modelo matemático, se logra con una curva parabólica. La principal diferencia es que la curva parabólica debe tener un peso constante por unidad proyectado horizontalmente, como propiedad del cable. El error incrementa entonces a medida que la cuesta del cable aumenta desde el punto mas bajo hacia cada extremidad.

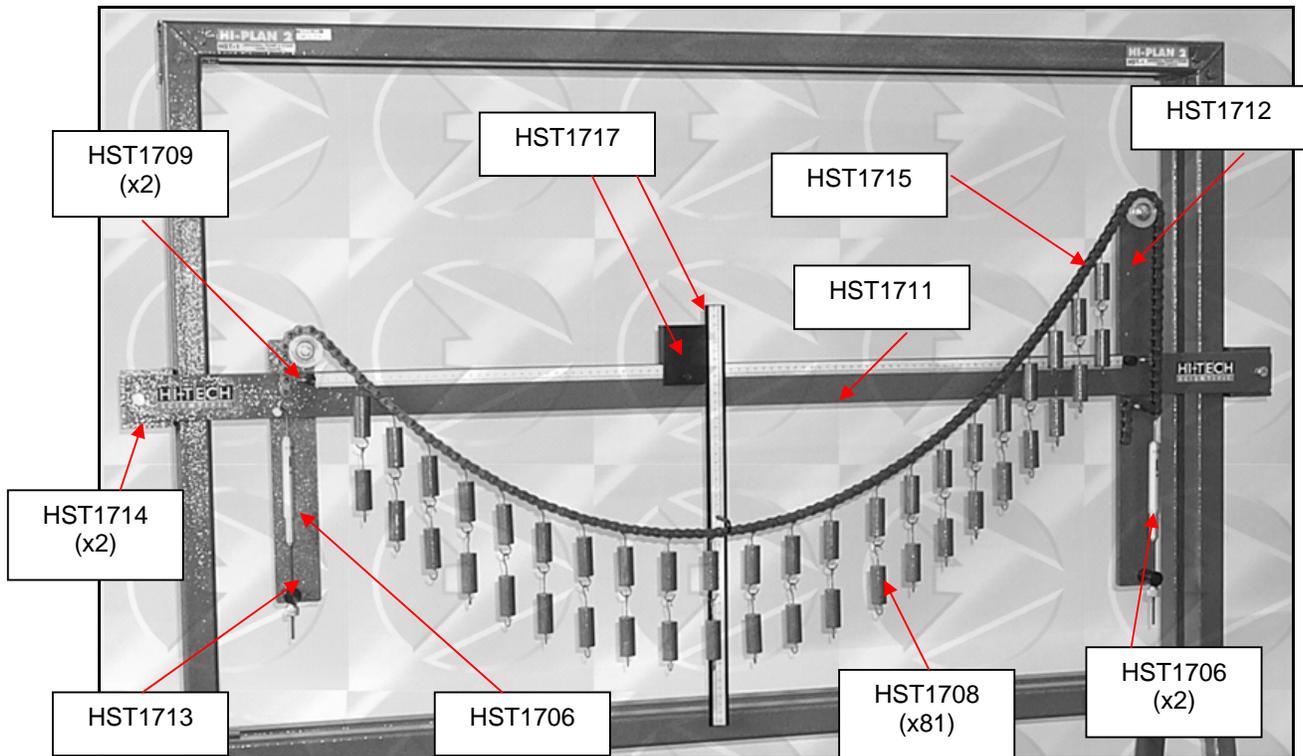
La combadura de un cable en suspensión depende únicamente de su longitud comparada con el arco entre las extremidades. La tensión del cable se determina por el peso por unidad de longitud y también por la combadura. Se necesita jalar más para reducir la combadura. Por lo tanto para soportar mas carga, se requiere tener una combadura alta.

ENSAMBLE DEL APARATO



Las principales partes del aparato están ensambladas permanentemente, tal como se indica a continuación (los números indican los pasos a seguir):-

1. Ancla los dos soportes afuera del bastidor HST1 con los tornillos de 500 mm encima de la base del bastidor HST1.
2. Pre-ensambla el riel con los miembros verticales detrás. Un detalle alargado del lado derecho muestra que se debe usar una tuerca cilíndrica especial, que actúa como una marca fiduciaria para los puntos sobre la cadena. Averigua que el gancho arriba del resorte tiene su apertura hacia el centro del riel. El lado izquierdo va del lado opuesto. La polea que suspende la cadena del lado izquierdo es fija. El lado derecho esta inicialmente en mas bajo que el izquierdo.
3. Levanta el riel y sujétalo sobre los soportes. Averigua que los miembros verticales estén efectivamente en posición vertical en ambos lados. Está puede ser corregido aflojando y reajustando (rotación) los soportes 1.
4. Cuando se monta la cadena de suspensión en su posición, los punteros deberían estar fijados a 3 eslabones arriba del rodillo en el gancho del lado izquierdo y 5 eslabones arriba del rodillo del lado derecho.
5. La “escuadra” de deslice se sienta encima del riel, con un tornillo de nylon atrás. El tornillo puede ser ajustado a mano. Nota que el gancho de carga con escala vertical esta a la mitad de la escala, y por lo tanto compensado por 12.5 mm de la lectura de la escala horizontal, del lado de la “escuadra”.

DESCRIPCION DEL APARATO

El aparato se compone de un riel horizontal (HST1711) que lleva una polea del lado izquierdo (HST1713) y un poste vertical del lado derecho (HST1712). Una polea está colocada sobre el poste vertical (HST1712) la cual puede colocarse a varias alturas encima del riel. Esto permite tener un soporte al mismo nivel o diferentes niveles.

Una larga cadena (HST1715) representa el cable suspendido. Su peso por unidad de longitud es 6 N/m. El lado izquierdo pasa por encima de la polea fija del lado izquierdo del soporte (HST1713) a un resorte de equilibrio. Después de pasar encima de la polea del lado derecho, del soporte derecho (HST1712), la cadena puede conectarse a un segundo resorte de equilibrio por medio de un gancho colocado alrededor de uno de los rodillos. Ambos resortes (HST1706) tienen una varilla ajustable que permite mantener una longitud global constante entre los punteros (HST1709).

Una regla horizontal es adherida sobre la parte frontal del riel. Una regla vertical (HST1717) está colocada sobre una escuadra móvil (HST1717) que se desliza sobre el riel. Esta escuadra es bloqueada con un tornillo en su parte posterior. Al centro de la regla vertical hay un puntero que permite medir las coordenadas de "x" y "y" sobre la cadena en suspensión. La regla vertical se lee arriba de la escuadra móvil, que es nivelada con la línea central de la cadena del lado izquierdo del soporte. Las reglas pueden ser tomadas como +ve hacia abajo y -ve hacia arriba, o vice-versa.

Se suministran 81 pesas de suspensión (HST1708) con el experimento, todas calibradas alrededor de 1N. Estas pesas poseen un gancho que les permite colgarse a la cadena de suspensión (cable) y la otra extremidad otro gancho que les permite

colgar otra pesa. Estas pesas de suspensión permiten tener una variación de peso por unidad de longitud del cable de suspensión o alternativamente crear un singular punto.

EXPERIMENTO

OBJECTIVOS

El propósito de este experimento es comparar la teoría simplificada de un cable de suspensión con los resultados medidos con de una cadena de pesas uniformes. Las principales variables son la forma del cable (particularmente la combadura máxima) y el peso por unidad. Se tomaran medidas de tensión en cada extremidad del cable y de la curvatura de la cadena. También se estudiara el efecto de un punto de carga.

PROCEDIMIENTO

Se supone que el aparato haya sido colocado en el bastidor HST1, tal como descrito en la sección de ensamble del aparato, arriba. Ante todo la polea derecha debe estar nivelada con la polea izquierda. La cadena debe tener una longitud activa de 82 eslabones ajustables sobre el resorte de equilibrio derecho para crear una combadura de alrededor 135 mm entre las poleas, lo cual da una curvatura de 1 m. El remanente de la cadena esta colgado sobre la clavija cerca del resorte de equilibrio derecho, para llevar su peso fuera del balance. Las barras enhebradas bajo ambos resortes de equilibrio deben permitir tener un balance de 55 – 60 Mm con los punteros en la cadena alineados con los marcadores fiduciales (ver también la lista de ensamble del aparato 4).

Parte 1, Soportes de Cable al mismo nivel

Lea los equilibrios de resorte y toma estos valores. Usando la regla de altura, registra la altura de la línea central de la cadena en relación con el resorte izquierdo a intervalos de 50 mm (horizontal) a lo largo del arco. Anota sus resultados en la tabla 1, abajo.

Tabla 1
Altura Medida en la línea central del cable

Carga Cable (N)	Altura desde origen en mm en x =																				
	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000

Cuelga 27 x 1N pesas de suspensión en cada tercer eslabón de la cadena. Usa la varilla de resorte para reposicionar los punteros de cadena sobre las marcas fijas. Apunta las nuevas lecturas de equilibrio en la tabla 2 abajo.

Duplica la carga, colgando una pesa adicional de 27 x 1 N debajo del gancho de la pesa original. Modifica el tamaño de la cadena y apunta las lecturas de balance.

Finalmente, agrega una tercera pesa sobre las pesas ya presentes, y consiga las lecturas de tensiones como antes indicado.

Tabla 2

Carga sobre cadena (N)	Tensión izquierda (N)	Tensión derecha (N)	Tensión teórica (N)
0			
27			
54			
81			

Observa la altura de la línea central de la cadena totalmente cargada a la cuarta parte y a la mitad de la envergadura. Quita todas las pesas de la cadena.

Parte 2, Soportes de Cable a diferentes niveles

Altera la cadena de suspensión levantando la polea derecha unos 150 mm y ajustando la longitud inicial de 94 eslabones para crear una combadura de 200 mm debajo del resorte izquierdo. Mide la altura de la línea central de la cadena y anota las coordenadas en la Tabla 1. Estima la altura del lado derecho. Lea los valores “sin carga” de los resortes de equilibrio y después carga la cadena de forma uniforme con 31 x 1N pesas. Corrija la longitud de la cadena y apunta las lecturas de balance.

Parte 3, Punto de carga sobre un cable

A unos 390 mm del costado izquierdo cuelgue una pesa de 1N. Cuelgue tres pesas de 1N por debajo de la primera y 3 x 3N pesas debajo de las otras. Después cuelga una hilera de pesas desde la novena pesa hasta alcanzar un total de 31N colgándose de la cadena. Ajusta los balances para obtener de nuevo una longitud de cadena y apunta las lecturas. Dibuja la forma de los puntos suspendidos.

PROCESO DE RESULTADOS

Comprueba la alineación de la estructura representando con una grafica el balance promedio de la parte 1 contra la carga agregada. Dibuja la mejor línea recta y anota el cruce negativo sobre el eje de carga adicional. Calcula la tensión teórica mediante la combadura medida en el experimento. Suponiendo que la cadena se cuelga en forma parabólica, calcula las coordenadas x , y para compararlas con los valores experimentales de la Parte 1.

Ahora toma la ecuación de la catenaria para compararla con la parabólica. Para la combadura de 135 mm, el valor* de c es alrededor de 960. Usa esto para encontrar las coordenadas de la catenaria a una cuarta parte de la estructura.

Para la Parte 2 calcula las coordenadas de la parabólica de la cadena así como las tensiones teóricas en los soportes, para compararlas con el experimento. Al momento de hacer esta comparación, tenga en mente que el peso propio de la cadena entre la polea derecha y el balanceo del resorte. Los valores teóricos de la Parte 3 son derivados utilizando las coordenadas experimentales para el punto de carga de la cadena. El peso propio de la cadena debe ser incluido.

* Se debe encontrar haciendo pruebas de error usando dos términos

OBSERVACIONES

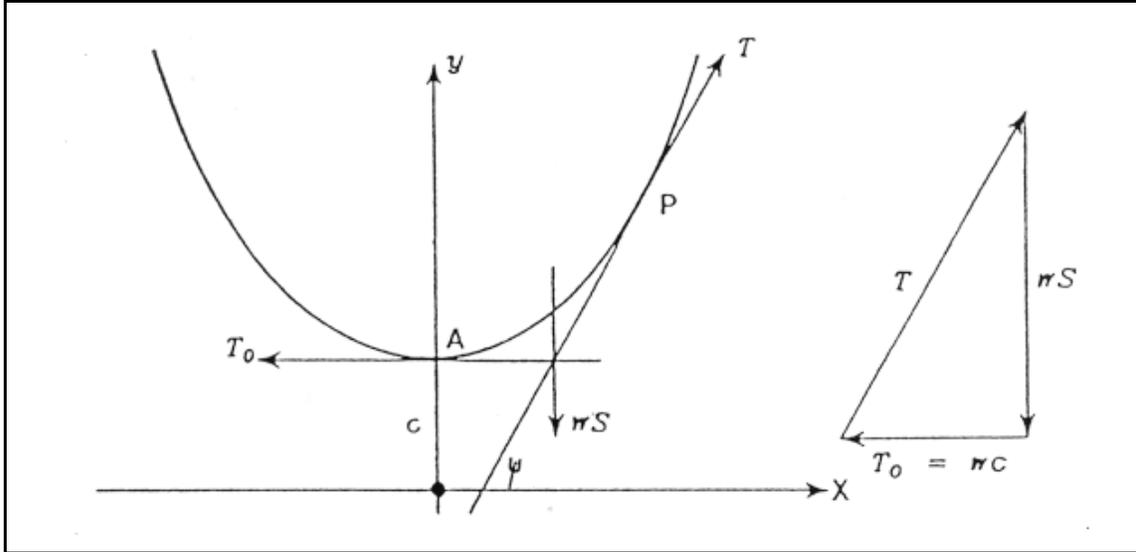
Hasta que punto el peso propio de la cadena entra en consideración en los resultados? Puede ser eliminado?

Haga comentarios acerca de la suposición que se tendrá una curva parabólica para la suspensión. Que tan buena es la comparación entre los resultados teóricos y prácticos?

Por qué el cable suspendido no es muy práctico como sistema colgante?

TEORIA

Se le llama catenaria a la curva de un cable suspendido con un peso uniforme y colgándose entre dos puntos. Las condiciones de equilibrio aplicadas son verticales y horizontales, ya que el cable es flexible y el momento en cualquier punto sobre el cable es cero.



Considera el equilibrio de un arco s desde el punto más bajo A al punto P que tiene coordenadas x, y . El cable tiene un peso w por unidad, entonces el peso ws actuando por el centro de gravedad pasa por la intersección de las tensiones T_0 y T . Por lo tanto:

$$\begin{aligned} T \sin \psi &= ws \\ T \cos \psi &= T_0 \\ y \tan \psi &= \frac{ws}{T_0} \end{aligned}$$

$$\text{Tomando } T_0 = wc, \quad s = \tan \psi$$

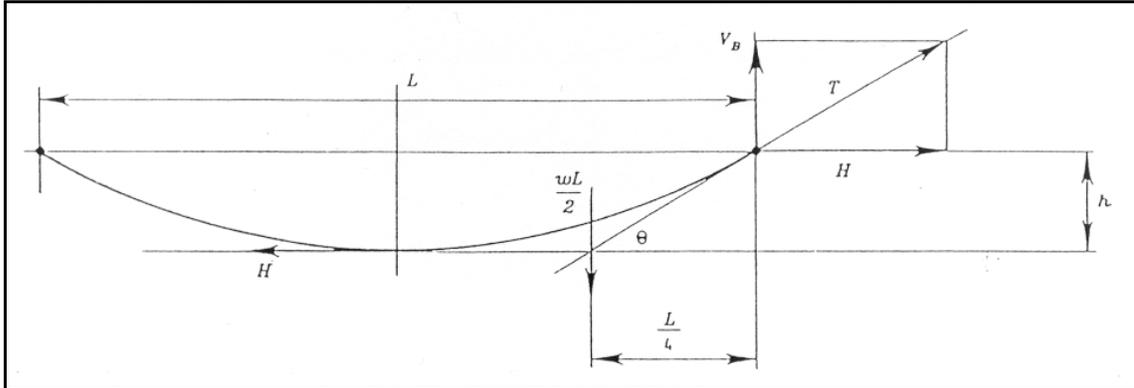
Se puede convertir en coordenadas cartesianas en la forma

$$y = c \cosh \frac{x}{c}$$

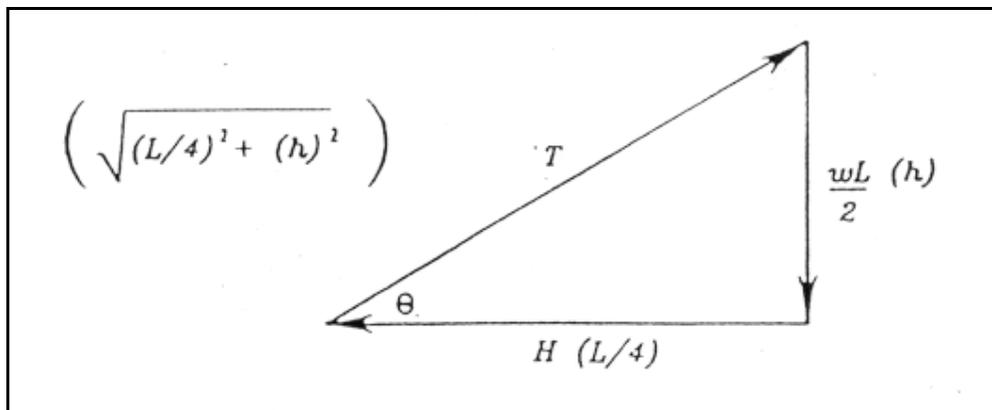
Y escribiendo las series para $\cosh \frac{x}{c}$

$$y = c \left[1 + \frac{x^2}{2c^2} + \frac{x^4}{24c^4} + \dots \right] \approx c + \frac{x^2}{2c}$$

Esta ecuación muestra que la catenaria es prácticamente una parábola cuando c es largo, lo cual corresponde a T_0 largo. Moviendo el origen en A la expresión es entonces $y = x^2/2c$, ignorando los siguientes términos tales como $x^4/24c^3$.



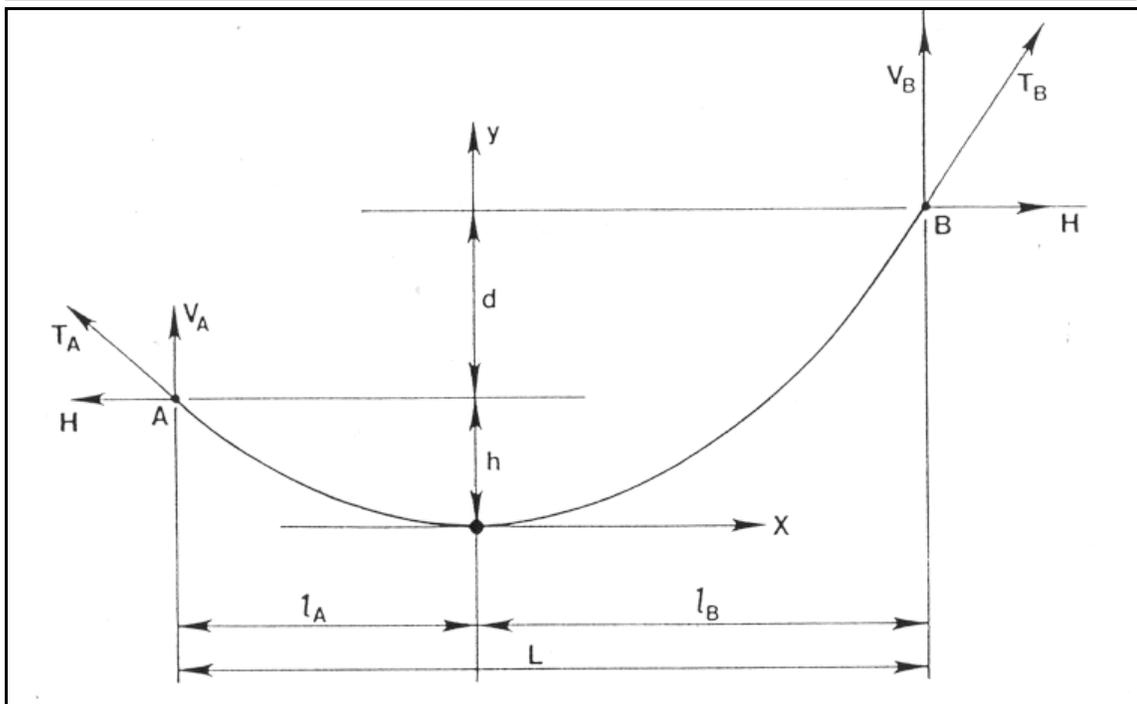
La suposición que la curva del cable es una parábola, equivale a suponer que el peso del cable es distribuido de manera uniforme y horizontal. Entonces el centro de gravedad de la mitad derecha está al cuarto de la envergadura L . El triángulo de fuerzas puede dibujarse como sigue;



Ya que son conocidas las longitudes de cada lado de la envergadura y la combadura de los cables, es fácil calcular H y T con el valor de w . Es esto que hace que la suposición de la forma de la parábola es tan valiosa.

$$\frac{T}{1/2wL} = \frac{\sqrt{(1/4L)^2 + h^2}}{h} = \sqrt{\frac{L^2 + 16h^2}{16h^2}}$$

El siguiente uso de las propiedades de la parábola viene del análisis de un cable suspendido con soportes de cables a diferentes niveles. Si el origen de la parábola es posicionada en el punto mas bajo O de la curva, la ecuación de la curva es $y = ax^2$.



sobre el soporte izquierdo $h_A = a l_A^2$ y $a = \frac{h_A}{l_A^2}$

y sobre el soporte derecho $h_B = a l_B^2$

La curva de ecuación puede escribirse como

$$y = \frac{h_A \cdot x^2}{l_A^2}$$

$$y \quad h_B = h_A + d = \frac{h_A \cdot l_B^2}{l_A^2}$$

$$\text{Simplificando,} \quad \left(\frac{h_A + d}{h_A} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{l_B}{l_A} = \frac{L - l_A}{l_A} = \frac{L}{l_A} - 1$$

Tomando la primera de las cuatro expresiones, el único desconocido es l_A y entonces, sustituyendo los valores numéricos de h_A , d y L , se encuentra el valor de l_A .

Una vez que el punto mas bajo O es determinado, las fuerzas debido a la carga pueden ser calculadas tomando momentos en B, A y O para tres reacciones

desconocidas V_A , V_B y H . Alternativamente, el lado izquierdo del cable puede ser analizado mediante un triángulo de fuerza, sometiendo l_A y h_A para dar V_A y H . Entonces el equilibrio vertical da V_B . La tensión del cable es el resultado de V y H .

Para una carga uniforme w por unidad horizontal, el método anterior lleva a ecuaciones tales como

$$V_A \cdot L + H \cdot d - wL \cdot \frac{L}{2} = 0$$

Donde la carga total wL actúa en su centro de gravedad.

Cuando un punto de carga está colgado a un cable, la forma se transforma en dos curvas con una discontinuidad en la carga. Dado las dimensiones l_A , l_B , h , y d (medidos experimentalmente) es un simple hecho tomar momentos sobre A, B y O para averiguar las tensiones del cable.

EJEMPLO DE RESULTADOS

Los siguientes resultados se obtuvieron con un usuario experimentado.

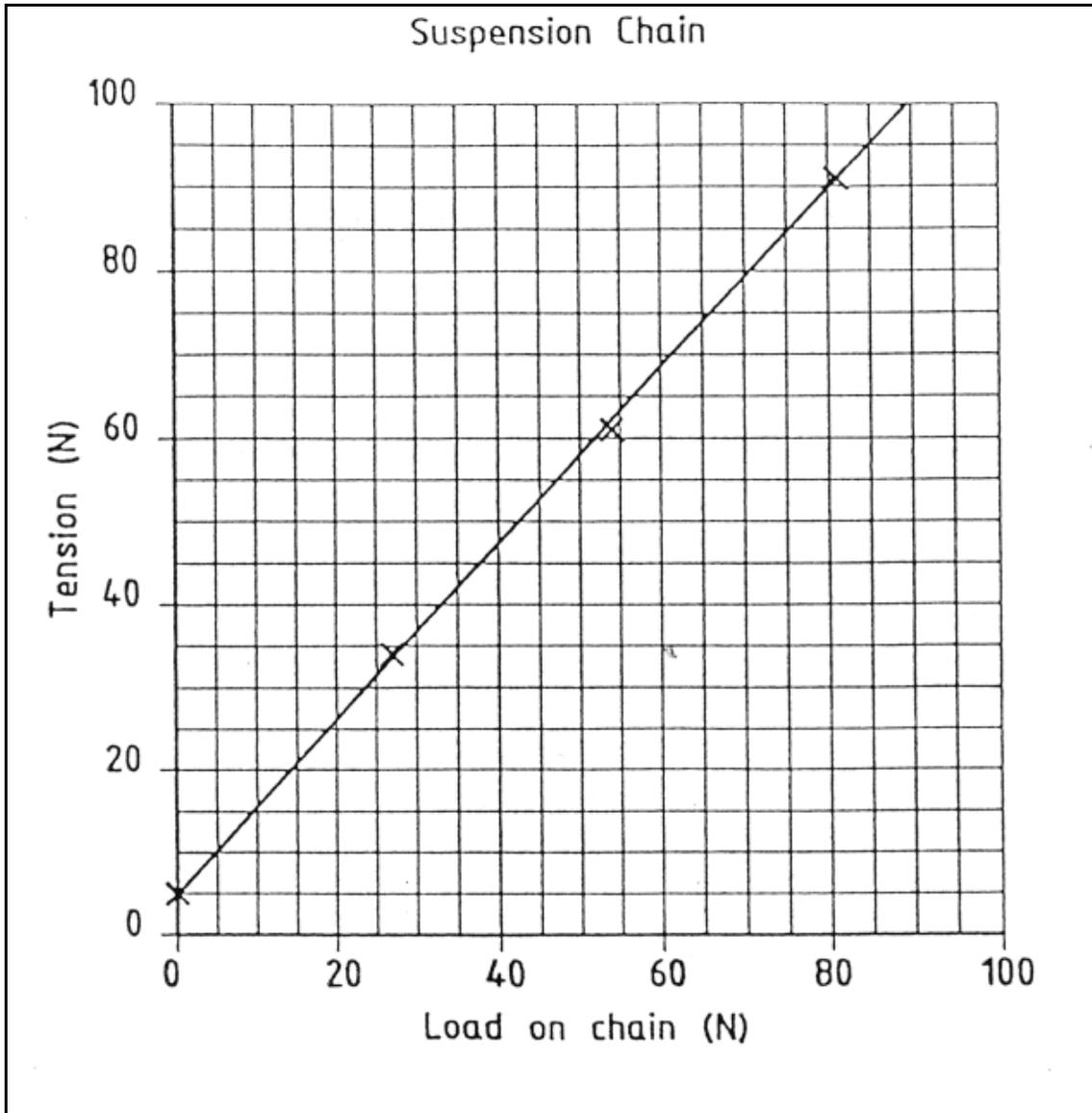
Parte 1

Tabla 1
Coordenadas de centro de cadena

Carga Cable (N)	Alturas desde origen en mm en x = valores de origen a la izquierda (mm)																				
	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
	y +ve hacia abajo																				
0	0	24	47	68	85	99	112	121	128	132	133	132	129	121	111	100	85	68	48	24	0
81						100					133					100					
	y – valores relativos al punto mas bajo																				
0	133	109	86	65	48	34	21	12	5	1	0	1	5	12	22	33	48	65	85	109	133
Parabólica																					
	133	108	85	65	48	33	21	12	5	1	0	1	5	12	21	33	48	65	85	108	133
Catenaria																					
	133			64.5		33					0					33		64.5			133

Tabla 2
Tensión de cadena

Carga en cadena (N)	Tensión lado izquierdo (N)	Tensión Lado derecho (N)	Tensión promedia (N)	Tensión teórica (N)
0	5	5	5	6.7
27	34	34	34	35.5
54	62	60	61	64
81	91	90	90.5	93



Parte 2

Tabla 3
Coordinadas de centro de cadena

Carga Cable (N)	Alturas desde origen en mm en x = valores de origen a la izquierda (mm)																				
	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
	y +ve hacia abajo																				
	0	42	82	115	143	165	182	193	199	200	197	188	174	154	130	99	63	20	-30	-88	-148
	y – valores relativas al punto mas bajo																				
	200	156	118	85	57	35	18	7	1	0	5	15	31	52	78	109	147	189	237	290	348

Tabla 4
Tensión Cable

Carga en cadena (N)	Extremidad (inferior) izquierda		Extremidad derecha (superior)	
	Expto. (N)	Teoría (N)	Expto. (N)	Teoría (N)
0	3	4.4	3	5.5
31	20	23	26	29

Parte 3

31 N carga adicional

Punto mas bajo x = 377, y = 241

x	0	100	200	300	377	400	500	600	700	800	900	1000
y	5	65	129	193	241	227	172	112	50	-15	-81	-145

Lecturas resorte equilibrio

Izquierdo 32 N

Derecho 32 N (+1.5 N para cadena)

Teoría 33.4 N

33.8 N

COMMENTARIOS

Existe una evidente fricción en las poleas de suspensión.

En la parte 3, los mejores estudiantes pueden observar que el peso a unos 250 mm de la cadena reduce la lectura de resorte de equilibrio hacia la derecha.

MANTENIMIENTO

Los equipos de P.A.Hilton Ltd requieren poco mantenimiento ya que, en medida de lo posible, los materiales están protegidos contra de la corrosión y tienen una larga duración de vida.

Reemplazos y repuestos

Estos se pueden ordenar utilizando el nombre del experimento, el número de parte y una breve descripción.

Muestras de prueba

La mayor parte de los experimentos están dentro del rango de elasticidad linear de las muestras y materiales utilizados.

CONTACTARNOS

Dirección:

P.A.Hilton Ltd
King's Somborne
Stockbridge
Hampshire, SO20 6PX, Reino Unido

Teléfono:

+44 (0) 1794 388382

Fax:

+44 (0) 1794 388129

Sitios Internet:

<http://www.hi-techedu.com/> ó <http://www.p-a-hilton.co.uk>

Tabla de resultados para fotocopiar

Carga Cable (N)	Alturas desde origen en mm en x = valores de origen a la izquierda (mm)																				
	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950	1000
	y +ve hacia abajo																				
	y - valores relativos al punto mas bajo																				
	Parabólica																				
	Catenaria																				

Tabla 2
Tensión de Cadena

Carga en cadena (N)	Tensión lado izquierdo (N)	Tensión Lado derecho (N)	Tensión promedio (N)	Tensión teórica (N)
0				
27				
54				
81				